

ファイナンスで学ぶ数式トレーニング

解答編

1 貨幣の時間価値とは

問題1 銀行預金と郵便貯金の元利合計は、それぞれ次のようになります。

$$\text{銀行預金} \cdots \cdots 200,000 (1 + 0.04) = 208,000$$

$$\text{郵便貯金} \cdots \cdots 200,000 (1 + 0.02)^2 = 208,080$$

定額郵便貯金は半年複利なので、半年では利子率は2%であり、期間は2期間となります。郵便貯金の方が80円だけ有利であることがわかります。それは、半年複利だからです。

銀行預金の元利合計は208,000円です。郵便貯金の元利合計は208,080円です。

郵便貯金の方が80円だけ有利です。

問題2
$$A = \frac{100 \text{万円}}{(1 + 0.04)^3} = \frac{100 \text{万円}}{1.124864} = 88.89 \text{万円}$$

$$B = 100 \text{万円} \times 0.05 = 5 \text{万円}$$

$$C = \frac{5 \text{万円}}{(1 + 0.04)} = 4.80 \text{万円}$$

$$D = \frac{5 \text{万円}}{(1 + 0.04)^2} = \frac{5 \text{万円}}{1.0816} = 4.62 \text{万円}$$

$$E = \frac{5 \text{万円}}{(1 + 0.04)^3} = \frac{5 \text{万円}}{1.124864} = 4.44 \text{万円}$$

$$F = 88.89 \text{万円} + 4.80 \text{万円} + 4.62 \text{万円} + 4.44 \text{万円} = 102.75 \text{万円}$$

問題3 月率 i % であるとすれば、1年間は、12期間です。よって、

$$(1 + i)^{12} - 1 = 0.15$$

$$(1 + i)^{12} = 1 + 0.15 = 1.15$$

$$1 + i = (1.15)^{1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/3}$$

上式の右辺は、計算機を用いて、1.15の平方根を2回、立方根を1回とれば、求められます。その値は、1.0117149であるので、

$$i = 1.0117149 - 1 = 0.0117149$$

よって、月率にすれば、1.17%であることがわかります。

2 不確実性

問題 4

$$A = \frac{7,000}{1 + 0.05} - 5,000 = 6,667 - 5,000 = 1,667$$

$$B = \frac{5,600}{7,000} = 0.80$$

$$C = \frac{5,600}{(1 + 0.05)} - 5,000 = 5,333 - 5,000 = 333$$

問題 5 不確実なD案を採用すると、リスクを負担することになります。ここでは、リスクの負担に応じて、リスク・プレミアムによって不確実性を表現しようとするものです。

リスクのない時の収益率にリスク・プレミアムを加えたものを割引率として、すなわち、リスク調整割引率によって、D案のキャッシュ・フローの現在価値を求め、それらから投資額を差し引けば、正味現在価値が算出されます。リスク調整割引率は、30% (5 + 25) です。

$$\text{D案の正味現在価値} = \frac{7,000}{1 + 0.30} - 5,000 = 5,385 - 5,000 = 385$$

3 リスク選好性

問題 6

この問題では株式投資による収益はどのように計算されるべきかを、貨幣の時間価値と関連させて、考えさせようとするものです。株式投資による収益の1つは、言うまでもなく、配当収益です。もう1つは株価の値上がりによる収益です。すなわち、株式投資収益は、配当収益と資本利得あるいは損失（値上がり益あるいは値下がり損）との合計です。

最初に、配当収益から計算してみます。1年後に500,000円 (50円×10,000株)、2年後に同じく500,000円、3年後にも500,000円、4年後にも500,000円の配当収益を得ました。ゆえに、1年後の配当金500,000円を5%の利率で3年間、2年後の500,000円を5%の利率で2年間、3年後の500,000円を5%の利率で1年間、それぞれ運用して、さらに、4年後に500,000円の配当金を得たので、その総合計 S_4 は、

$$S_4 = 500,000 + 500,000(1 + 0.05) + 500,000(1 + 0.05)^2 + 500,000(1 + 0.05)^3 \text{ です。}$$

上式を(1)式として、この式を見ると、初項は、同じで、年数に応じて、それに(1+0.05)を乗じていっているのがわかります。

そこで、(1)の両辺に(1+0.05)を乗じた次式を求めて、(2)式として、(2)式から(1)式を差し引きます。

$$S_4(1 + 0.05) = 500,000(1 + 0.05) + 500,000(1 + 0.05)^2 + 500,000(1 + 0.05)^3 + + 500,000(1 + 0.05)^4$$

$$S_4(1 + 0.05) - S_4 = 0.05 S_4 = 500,000(1 + 0.05)^4 - 500,000$$

$$\therefore S_4 = \frac{500,000 \{(1.05)^4 - 1\}}{0.05} = \frac{500,000 \times 0.2155}{0.05} = 2,155,000$$

よって、配当収益の4年間での総合計は、2,155,000円です。

次に、株価の値上がり益を計算してみましょう。この4年間の株価の値上がり益は、1,000,000円{(1,600 - 1,500)円 × 10,000株}です。

株式投資収益は、配当収入と資本利得あるいは損失(値上がり益あるいは値下がり損)との合計であるので、2,155,000 + 1,000,000 = 3,155,000円です。

株式投資収益率をR (Rate of Return) とすれば、Rは、配当収益と資本利得あるいは損失との合計を投資総額で除したものです。投資総額は、15,000,000円(1,500円 × 10,000株)です。

したがって、この場合、

$$R = \frac{2,155,000 + 1,000,000}{15,000,000} = \frac{3,155,000}{15,000,000} = 0.210333$$

よって、4年間で21.03%の株式投資収益率になります。もし、投資総額の15,000,000円を、年率5%で4年間、銀行に預金していれば、

$$\begin{aligned} 15,000,000(1 + 0.05)^4 - 15,000,000 &= 15,000,000 \{(1.05)^4 - 1\} \\ &= 15,000,000(1.21550625 - 1) = 15,000,000 \times 0.21550625 = 3,232,593.75 \end{aligned}$$

すなわち、約3,232,594円の収益が得られたこととなります。したがって、年率5%で4年間、銀行に預金していれば、4年間での収益率は、次のように、21.55%となります。

$$\frac{3,232,594}{15,000,000} = 0.215506266$$

このケースでは、結果的には、銀行に預金していた方がわずかながら有利であったこととなります。

問題7 (A) = リスク回避型, (B) 期待値, (C) 標準偏差, (D) 配当収益, (E) 資本利得

4 財務レバレッジ

問題8 両社の自己資本利益率がどう変化するか、それぞれについて計算してみます。なお、ここで自己資本利益率は、以下のように計算されます。

$$\text{自己資本利益率} = \frac{\text{総資本営業利益率} - \text{他人資本利率}}{\text{自己資本比率}}$$

ここで他人資本利率とは、他人資本比率に負債の利率を乗じたものです。

山田産業株式会社が借入金を導入しなかった場合

総資本営業利益率	20%	5%	-10%
他人資本利率	0	0	0
自己資本比率	100	100	100
自己資本利益率	20%	5%	-10%

山田産業株式会社が借入金を導入した場合

総資本営業利益率	20%	5%	-10%
他人資本利率	2	2	2
自己資本比率	60	60	60
自己資本利益率	30%	5%	-20%

川田商事株式会社が新たな借入金を導入しなかった場合

総資本営業利益率	20%	5%	-10%
他人資本利率	2.5	2.5	2.5
自己資本比率	50	50	50
自己資本利益率	35%	5%	-25%

川田商事株式会社が新たな借入金を導入した場合

総資本営業利益率	20%	5%	-10%
他人資本利率	3.5	3.5	3.5
自己資本比率	30	30	30
自己資本利益率	55%	5%	-45%

両社の自己資本利益率は上記のようになります。借入金のプラス効果が出ない場合はいずれの時も、企業の収益率を表す総資本営業利益率が借入金（他人資本）の利率と同じくらいかそれ以下しか稼げない場合です。借入金のプラス効果が出るためには、少なくとも総資本営業利益率が借入金（他人資本）の利率以上に稼げる場合です。

上記の表から読み取れるのは、借入金のプラスとマイナスの効果が強く現れるのは自己資本比率を少なくしていった場合であることがわかります。

5 営業レバレッジ

- 問題9 (1) 単位当たり固定費 = 4,000万円 ÷ 10万 = 400円
 (2) 単位当たり貢献利益 = 700円 - 200円 = 500円
 (3) 損益分岐点の販売量では固定費総額と貢献利益総額は等しいので、
 $4,000万円 = 損益分岐点の販売量 \times 500円$ から、 $損益分岐点の販売量 = 8万単位$
 $(今期の販売量10万単位 - 損益分岐点の販売量8万単位) \times 700円 = 1,400万円$
 今期の売上高は、損益分岐点の売上高より1,400万円多い
 (4) 経営者は貢献利益総額が固定費総額4,000万円を越えるような販売量を達成する努力をしなければなりません。

6 ポートフォリオ理論の前提

- 問題10 (1) 収益性の指標である期待値 $E(R_p)$ は、次のように求められます。

$$E(R_p) = X_L E(R_L) + X_K E(R_K)$$

(2) リスクの指標である標準偏差 $\sigma(R_p)$ は、次のように求められます。

$$\sigma(R_p) = \sqrt{E \left[[R_p - E(R_p)]^2 \right]}$$

ここで、上式に、 $R_p = X_L R_L + X_K R_K$ 、 $E(R_p) = X_L E(R_L) + X_K E(R_K)$ を代入します。

$$\begin{aligned} \sigma(R_p) &= \sqrt{E \left[X_L R_L + X_K R_K - X_L E(R_L) - X_K E(R_K) \right]^2} \\ &= \sqrt{E \left\{ X_L^2 [R_L - E(R_L)]^2 + X_K^2 [R_K - E(R_K)]^2 + 2 X_L X_K [R_L - E(R_L)] [R_K - E(R_K)] \right\}} \\ &= \sqrt{X_L^2 \sigma^2(R_L) + X_K^2 \sigma^2(R_K) + 2 X_L X_K \text{cov}(R_L, R_K)} \\ &= \sqrt{X_L^2 \sigma^2(R_L) + X_K^2 \sigma^2(R_K) + 2 X_L X_K \sigma(R_L) \sigma(R_K) \rho_{LK}} \end{aligned}$$

したがって、 ρ_{LK} が +1 か、-1 か、0 かによって、リスク $\sigma(R_p)$ は、次のようになります。

① $\rho_{LK} = 1$ の時、すなわち、完全な正の相関の時、

$$\begin{aligned} \sigma(R_p) &= \sqrt{[X_L \sigma(R_L) + X_K \sigma(R_K)]^2} \\ &= |X_L \sigma(R_L) + X_K \sigma(R_K)| \end{aligned}$$

② $\rho_{LK} = -1$ の時、すなわち、完全な負の相関の時、

$$\begin{aligned} \sigma(R_p) &= \sqrt{[X_L \sigma(R_L) - X_K \sigma(R_K)]^2} \\ &= |X_L \sigma(R_L) - X_K \sigma(R_K)| \end{aligned}$$

③ $\rho_{LK} = 0$ の時、すなわち、無相関の時、

$$\sigma(R_p) = \sqrt{X_L^2 \sigma^2(R_L) + X_K^2 \sigma^2(R_K)}$$

問題11 1. この2つの株式が相関関係がない ($\rho_{LK} = 0$) 時の投資収益率

この2つの株式が相関関係がない ($\rho_{LK} = 0$) 時には、それぞれの事象が3つのなので、9つ ($3 \times 3 = 3^2$) の組合せだけあります。そのすべての場合は、次の通りです。

事象	同時確率	ポートフォリオの投資収益率
ラベンダー好況・けやき好況	$0.30 \times 0.25 = 0.075$	$20 \times 0.50 + 12 \times 0.50 = 16$
ラベンダー好況・けやき平況	$0.30 \times 0.50 = 0.15$	$20 \times 0.50 + 9 \times 0.50 = 14.5$
ラベンダー好況・けやき不況	$0.30 \times 0.25 = 0.075$	$20 \times 0.50 + 6 \times 0.50 = 13$
ラベンダー平況・けやき好況	$0.40 \times 0.25 = 0.10$	$12 \times 0.50 + 12 \times 0.50 = 12$
ラベンダー平況・けやき平況	$0.40 \times 0.50 = 0.20$	$12 \times 0.50 + 9 \times 0.50 = 10.5$
ラベンダー平況・けやき不況	$0.40 \times 0.25 = 0.10$	$12 \times 0.50 + 6 \times 0.50 = 9$
ラベンダー不況・けやき好況	$0.30 \times 0.25 = 0.075$	$4 \times 0.50 + 12 \times 0.50 = 8$
ラベンダー不況・けやき平況	$0.30 \times 0.50 = 0.15$	$4 \times 0.50 + 9 \times 0.50 = 6.5$
ラベンダー不況・けやき不況	$0.30 \times 0.25 = 0.075$	$4 \times 0.50 + 6 \times 0.50 = 5.0$

2. この2つの株式が完全な正の相関関係 ($\rho_{LK} = 1$) の時の投資収益率

この2つの株式が完全な正の相関関係 ($\rho_{LK} = 1$) の時には、次の3つの場合の組合せがあります。

事象	同時確率	ポートフォリオの投資収益率
ラベンダー好況・けやき好況	$0.30 \times 1 = 0.30$	$20 \times 0.50 + 12 \times 0.50 = 16$
ラベンダー平況・けやき平況	$0.40 \times 1 = 0.40$	$12 \times 0.50 + 9 \times 0.50 = 10.5$
ラベンダー不況・けやき不況	$0.30 \times 1 = 0.30$	$4 \times 0.50 + 6 \times 0.50 = 5$

3. この2つの株式が完全な負の相関関係 ($\rho_{LK} = -1$) の時の投資収益率

この2つの株式が完全な負の相関関係 ($\rho_{LK} = -1$) の時には、次の3つの場合の組合せがあります。

事象	同時確率	ポートフォリオの投資収益率
ラベンダー好況・けやき不況	$0.30 \times 1 = 0.30$	$20 \times 0.50 + 6 \times 0.50 = 13$
ラベンダー平況・けやき平況	$0.40 \times 1 = 0.40$	$12 \times 0.50 + 9 \times 0.50 = 10.5$
ラベンダー不況・けやき好況	$0.30 \times 1 = 0.30$	$4 \times 0.50 + 12 \times 0.50 = 8$

4. この2つの株式が相関関係がない ($\rho_{LK} = 0$) 時のリスク

$$\begin{aligned}\sigma(R_p) &= \sqrt{X_L^2 \sigma^2(R_L) + X_K^2 \sigma^2(R_K)} \\ &= (0.5 \times 6.19)^2 + (0.5 \times 2.12)^2 \\ &= \sqrt{9.5790 + 1.1236} = \sqrt{10.7026} \\ &= 3.27\end{aligned}$$

5. この2つの株式が完全な正の相関関係 ($\rho_{LK} = 1$) の時のリスク

$$\begin{aligned}\sigma(R_p) &= \sqrt{[X_L \sigma(R_L) + X_K \sigma(R_K)]^2} \\ &= |X_L \sigma(R_L) + X_K \sigma(R_K)| = (0.5 \times 6.19) + (0.5 \times 2.12) = 4.15\end{aligned}$$

6. この2つの株式が完全な負の相関関係 ($\rho_{LK} = -1$) の時のリスク

$$\begin{aligned}\sigma(R_p) &= \sqrt{[X_L \sigma(R_L) - X_K \sigma(R_K)]^2} \\ &= |X_L \sigma(R_L) - X_K \sigma(R_K)| = (0.5 \times 6.19) - (0.5 \times 2.12) = 2.03\end{aligned}$$

7 最適ポートフォリオの選択

- 問題12** (1) Aの期待投資収益率 = $(0.2 \times 11) + (0.2 \times 9) + (0.2 \times 25) + (0.2 \times 7) + (0.2 \times -2) = 10$ (%)
 Bの期待投資収益率 = $(0.2 \times -3) + (0.2 \times 15) + (0.2 \times 2) + (0.2 \times 20) + (0.2 \times 6) = 8$ (%)
- (2) Aの投資収益率の分散 = $[0.2(11-10)]^2 + [0.2(9-10)]^2 + [0.2(25-10)]^2 + [0.2(7-10)]^2 + [0.2(-2-10)]^2 = 0.04 + 0.04 + 9 + 0.36 + 5.76 = 15.2$ (%)
 Bの投資収益率の分散 = $[0.2(-3-8)]^2 + [0.2(15-8)]^2 + [0.2(2-8)]^2 + [0.2(20-8)]^2 + [0.2(6-8)]^2 = 4.84 + 1.96 + 1.44 + 5.76 + 0.16 = 14.16$ (%)
- Aの投資収益率の標準偏差 = $\sqrt{15.2} = 3.89$ (%)
 Bの投資収益率の標準偏差 = $\sqrt{14.16} = 3.76$ (%)
- (3) ポートフォリオの期待投資収益率 = $(0.5 \times 10) + (0.5 \times 8) = 9$ (%)
 ポートフォリオの分散 = $(0.25 \times 15.2) + (0.25 \times 14.16) + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 3.89 \times 3.76 \times 0.4 = 3.8 + 3.54 + 2.92 = 12.12$ (%)
 ポートフォリオの標準偏差 = $\sqrt{12.12} = 3.48$ (%)

- 問題13 (A) 1952, (B) マーコウィッツ, (C) リスク, (D) 1958, (E) モジリアーニとミラー,
(F) 資本資産評価

8 投資家行動の基礎理論としてのポートフォリオ・モデル

- 問題14 リスク $\sigma(R_p)$ が0になるのは, $\rho_{LK} = -1$ の時です。したがって,

$$0 = X_L \sigma(R_L) - X_K \sigma(R_K) = X_L \sigma(R_L) - (1 - X_L) \sigma(R_K)$$

$$\therefore X_L = \frac{\sigma(R_K)}{\sigma(R_L) + \sigma(R_K)} = \frac{2.12}{6.18 + 2.12} = 0.26$$

$$\therefore X_K = 1 - 0.26 = 0.74$$

ゆえに, リスクがゼロになる投資比率は, 相関関係が完全の負の相関で (0.26, 0.74) の場合です。この時の収益 $E(R_p)$ は, 次のように計算されます。

$$E(R_p) = X_L E(R_L) + X_K E(R_K) = (0.26 \times 12) + (0.74 \times 9) = 9.78 (\%)$$

- 問題15 ポートフォリオの期待値 = $(0.5 \times 12) + (0.5 \times 8) = 10 (\%)$
 ポートフォリオの分散 = $(0.5 \times 8)^2 + (0.5 \times 5)^2 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 8 \times 5 \times 0.2 = 26.25 (\%)$
 ポートフォリオの標準偏差 = $\sqrt{26.25} = 5.12 (\%)$

9 下方リスク

- 問題16 (1) リンゴ銀行株式の期待値 = $(0.2 \times 26) + (0.6 \times 16) + (0.2 \times 6) = 16 (\%)$
 いちご商事株式の期待値 = $(0.3 \times 11) + (0.4 \times 8) + (0.3 \times 5) = 8 (\%)$
 リンゴ銀行株式の分散 = $[0.2(26 - 16)]^2 + [0.6(16 - 16)]^2 + [0.2(6 - 16)]^2 = 8 (\%)$
 いちご商事株式の分散 = $[0.3(11 - 8)]^2 + [0.4(8 - 8)]^2 + [0.3(5 - 8)]^2 = 1.8 (\%)$
 リンゴ銀行株式の標準偏差 = $\sqrt{8} = 2.828$
 いちご商事株式の標準偏差 = $\sqrt{1.8} = 1.341$
 いちご商事株式の組入比率 = $\frac{2.828}{2.828 + 1.341} = 67.8 (\%) \div 68 (\%)$
 リンゴ銀行株式の組入比率 = $1 - 68 = 32 (\%)$
 いちご商事株式を68%, リンゴ銀行株式を32%の投資比率の時リスクはゼロになります。
 (2) $(0.68 \times 8) + (0.32 \times 16) = 10.56 (\%)$
 上記(1)の投資比率の時の投資収益率は10.56%です。

10 共分散と相関係数

問題17 $E(R_p) = (1/4 \times 11) + (1/4 \times 12) + (1/4 \times 8) + (1/4 \times 15) = 11.5$ (%)

$$\sigma^2(R_p) = (1/4 \times 7)^2 + (1/4 \times 26)^2 + (1/4 \times 9)^2 + (1/4 \times 30)^2$$

$$+ 2(1/4)(1/4)(7)(26)(0.1)$$

$$+ 2(1/4)(1/4)(7)(9)(0.3)$$

$$+ 2(1/4)(1/4)(7)(30)(0.2)$$

$$+ 2(1/4)(1/4)(26)(9)(0.5)$$

$$+ 2(1/4)(1/4)(26)(30)(0.4)$$

$$+ 2(1/4)(1/4)(9)(30)(0.5) = 187.0125$$
 (%)

$$\sigma(R_p) = (187.0125)^{1/2} \doteq 13.68$$
 (%)

期待収益率は11.5 (%)であり、標準偏差は13.68 (%)です。

問題18

$$\text{共分散 } \text{cov}(E, F) = \frac{80}{4} = 20$$

$$E \text{ の標準偏差 } \sigma(E) = \sqrt{\frac{140}{4}} = 5.91$$

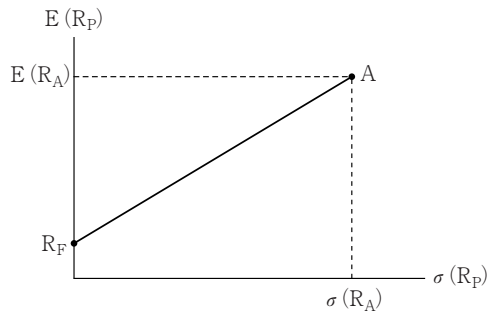
$$F \text{ の標準偏差 } \sigma(F) = \sqrt{\frac{74}{4}} = \sqrt{18.5} = 4.30$$

$$\text{相関係数 } \rho = \frac{\text{cov}(E, F)}{\sigma(E) \times \sigma(F)} = \frac{20}{25.413} = 0.786$$

共分散は20 (%), 相関係数は約0.79です。 $\rho = 1$ の時は完全な正の相関, $\rho = 0$ の時は無相関, $\rho = -1$ の時は完全な負の相関です。0.79なのでかなり強い正の相関があったといえます。

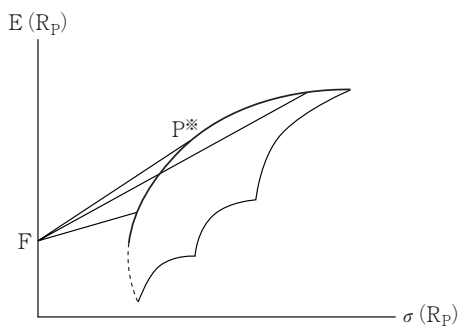
11 貸付ポートフォリオと借入ポートフォリオ

問題19 リスク証券A(花巻商事株式)と安全証券F(国債)とのポートフォリオの投資機会直線



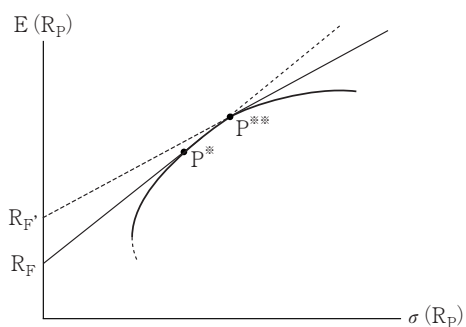
問題20

複数のリスク証券との組合せによる貸付けポートフォリオ



問題21

$R_F' > R_F$ の場合の効率的フロンティア



問題22 (A) 貸付け, (B) 借入れ, (C) 無差別曲線, (D) 資本市場

12 資本資産評価モデル

問題23 資本資産評価モデルでは、資本市場における均衡状態において投資家のポートフォリオは、すべての投資家が保有するリスク証券の構成割合に等しいと考えます。したがって、A株式とB株式との割合が50%と10%であるので、5対1の割合で投資します。したがって、

$$120 \text{万円} \times \frac{5}{6} = 100 \text{万円}, \quad 120 \text{万円} \times \frac{1}{6} = 20 \text{万円}$$

A株式に100万円, B株式に20万円投資します。

問題24 株式の投資収益率の期待値は資本市場線によって8%と求められます。

$$\text{株式の投資収益率の期待値} = \text{国債の利率} 3 + \frac{10 - 3}{7} \times 5 = 8 \text{ (\%)}$$

問題25

$$6 + \frac{12-6}{4} \times X > 15$$

$$X > 6 \text{ (\%)}$$

株式の投資収益率のリスク（標準偏差）が6%以上でなければなりません。

13 市場リスクと非市場リスク

問題26 $\text{cov}(R_i, R_M) = \rho_{iM} \sigma(R_i) \sigma(R_M) = 0.6 \times 15 \times 10 = 90$

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)} = \frac{90}{(10)^2} = \frac{90}{100} = 0.9$$

問題27 $\text{cov}(R_i, R_M) = \rho_{iM} \sigma(R_i) \sigma(R_M) = 0.2 \times 9 \times 6 = 10.8$

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)} = \frac{10.8}{6^2} = \frac{10.8}{36} = 0.3$$

$$E(R_i) = 5 + 0.3(11 - 5) = 6.8 \text{ (\%)}$$

問題28 (A) 1, (B) 超過収益率, (C) 敏感, (D) 小さ, (E) 防衛, (F) 高

14 2 要因モデル

問題29 (A) リスク, (B) 分離, (C) インデックス

問題30 (A) アノマリー (Anomaly), (B) マーコウィッツ, (C) モジリアーニ・ミラー

15 資本市場の機能

問題31 (A) 弱度 (ウィーク・フォーム weak form), (B) 準強度 (セミストロング・フォーム semi-strong form), (C) 強度 (ストロング・フォーム strong form)

問題32 (A) 利殖, (B) 資金, (C) 証券価格, (D) リスク, (E) 配分, (F) 効率的資本市場

16 オプション投資戦略と損益

問題33 海山五平氏は権利行使をして400円 (= 7,000 - 6,000 - 600) の利益を得られます。

問題34 川谷三郎氏は権利行使をして300円（ $=7,000 - 700 - 6,000$ ）の利益を得られます。

問題35 北山六郎太氏はコール・オプションの権利行使をして1,000円（ $=7,000 - 5,500 - 500$ ）の利益を得られます。

17 オプションの評価

問題36 (A) ブラック・ショールズ, (B) コックス・ロス・ルビンスタイン, (C) ブラウン

問題37 (A) 二項, (B) ツリー (樹木), (C) 資金

問題38 (A) 大, (B) 小さい, (C) ヘッジ

18 コックス・ロス・ルビンスタインのオプション評価モデル

問題39 (A) 確率, (B) リスク, (C) 株価

19 設備投資決定基準 (1) — 回収期間法と会計的利益率法

- 問題40 (1) 現在価値法でプロジェクトAの正味現在価値を計算すれば、50.964万円 (約51万円)、プロジェクトBは、4.562万円 (約4万6千円) です。ともに0より大きいですが、相互排他的なプロジェクトであり1つを選択するので、より高いNPVであるプロジェクトAが採択されます。
- (2) 内部収益率法では、プロジェクトAの内部収益率を計算すれば11.6542 (%) プロジェクトBは10.1792 (%) です。ともにこの企業の目標利益率 (資本コスト) を上回っていますが、相互排他的なプロジェクトであり、1つを選択するので、より高い内部収益率であるので、プロジェクトAが採択されます。この結論は現在価値法の場合と同じです。
- (3) ところで、回収期間法ではプロジェクトB、会計的利益率法・現在価値法・内部収益率法ではプロジェクトAでした。結論を言えば、プロジェクトAが最も望ましいです。理由は、貨幣の時間価値と投資の収益性を考慮に入れて判断した場合、プロジェクトBよりプロジェクトAの方が優れているからです。

20 設備投資決定基準 (2) — 現在価値法と内部収益率法

問題41 洋菓子製造機の経済命数7年経過後の処分価額の現在価値は、45万円です。したがって、洋菓子製造機の正味投資総額は650万円から45万円を差し引き、605万円です。この機械の導入にともなってもたらされる正味キャッシュ・フローは150万円です。したがって、605万円の投資で150万円のキャッシュ・フローが7年間もたらされるプロジェクトの決定問題と考えればよいです。この洋菓子製造機への投資額

は、約4年で回収されます。

$$605 \text{ (万円)} \div 150 = 4.0333 \text{ (約4年)}$$

21 収益性指数法

問題42 正味現在価値は1.0094億円（約1億円）でプラスなので、このプロジェクトを実行すべきです。内部収益率は10.8914（%）であり、目標利益率（資本コスト）10%を上回っているので実行すべきです。

22 経済命数とキャッシュ・フロー

問題43 この取替投資の内部収益率は補間法によって12.0913%と求められます。この企業の目標利益率（資本コスト）10%を上回っているため採択すべきです。

23 年額原価法

問題44 (A) 資本コスト, (B) 会計的利益, (C) 減価償却費

24 現在価値法と内部収益率法（1）— 複数の収益率

問題45 (A) 補間, (B) n, (C) 複数

25 現在価値法と内部収益率法（2）— 投資規模の相違

問題46 (A) 規模, (B) 内部収益率, (C) 正味現在価値

26 現在価値法と内部収益率法（3）— 再投資率の仮定

問題47 (A) 目標利益率（資本コスト）, (B) 内部収益率, (C) 個別

27 不確実性下での投資決定

問題48 各年度のキャッシュ・フローの相関関係が独立であるとされているので、 $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$ 通りキャッシュ・フローの状況とその確率（同時確率）の組みが存在します。この投資案のキャッシュ・フローのNPVの期待値は583.23億円、標準偏差は315.51億円と評価されます。ここでは赤字となる確率を求めるので、 $X = 0$ です。

$$Z = \frac{0 - 583.23}{315.51} \approx -1.849$$

$Z = 1.849$ であるので、期待値から1.849倍の標準偏差だけ離れた点にいたる区間の面積は、0.4678です。したがって、正味現在価値がマイナスとなる率は、0.5から0.4678を控除して0.0322です。ゆえに、赤字となる確率は、3.22%、約3%です。赤字となる確率は極めて低いので、このプロジェクトを実行すべきです。

28 在庫投資

問題49 (A) 投資, (B) 在庫, (C) 最少

29 個別資本コスト

問題50 およそ1,159円でした。

$$\frac{105}{1 + 0.05} + \frac{105}{(1 + 0.05)^2} + \frac{105}{(1 + 0.05)^3} + \frac{1,200}{(1 + 0.05)^3} = 1,159.1$$

問題51

$$98 = \frac{100r}{1 + 0.1} + \frac{100r}{(1 + 0.1)^2} + \frac{100r + 100}{(1 + 0.1)^3}$$

$$r = 8.9 (\%)$$

30 加重平均資本コスト

問題52

$$\text{他人資本コスト} = \frac{6 - (10 \times 0.4)}{0.6} = 3.33 (\%)$$

$$\text{法人税を考えた場合の他人資本コスト} = 3.33 \times (1 - 0.4) = 2.00 (1.998) (\%)$$

問題53 (A) 自己資本, (B) 資本構成, (C) 加重平均資本コスト (WACC)

問題54 (A) 長期, (B) 短期, (C) 内部, (D) 間接, (E) 直接

31 資本資産評価モデルと自己資本コスト

問題55 株主資本コスト = $R_F + \beta_i [E(R_M) - R_F] = 0.05 + 1.3 [0.15 - 0.05] = 0.18$

$$0.18 = \frac{1 \text{ 株当り配当金}}{700} + 0.08 \quad \therefore 1 \text{ 株当り配当金} = 70 \text{ (円)}$$

問題56 $15 = 5 + \beta [15 - 5] \quad \therefore \beta = 1$

$$0.15 = \frac{70}{P_0} + 0.08 \quad \therefore P_0 = 1,000 \text{ (円)}$$

問題57 (A) 資本資産, (B) ベータ, (C) 自己資本

32 MMの第1命題

問題58 ともに400円で同じです。

(1) 弓田工業株式会社の購入による純利益 = 営業利益 400 - 支払利息 0 = 400 (円)

(2) 楽海工業株式会社の購入による純利益 = 190 + 受取利息 210 = 400 (円)

楽海工業株式会社の純利益 = 営業利益 4,000 - 支払利息 2,100 = 1,900

問題59 (A) 自己資本, (B) 経営, (C) 他人資本, (D) 債権者, (E) 株主, (F) 法人税, (G) 裁定

33 MMの第2命題

問題60 弓田工業株式会社の自己資本利益率 = $7,000 \div 70,000 = 0.10$

楽海工業株式会社の自己資本利益率 = $(7,000 - 2,100) \div 35,000 = 0.14$

営業利益 = 7,000 = $0.10 \times 70,000 = 0.10 (35,000 + 35,000)$

楽海工業株式会社の自己資本利益率 = 0.14

$$0.14 = \frac{7,000 - 2,100}{35,000} = 0.10 + (0.10 - 0.06) \frac{35,000}{35,000}$$

楽海工業株式会社の自己資本利益率14%が弓田工業株式会社の自己資本利益率10%に財務リスク・プレミアム(4%×負債比率)を加えたものであることを示しています。

問題61 (A) 他人資本, (B) 自己資本, (C) 財務, (D) 負債

34 法人税とMMの第1命題

問題62

総資本営業利益率	15% (佐藤商事)	15% (大和商会)
営業利益	150	150
支払利息	25	0
税引前利益	125	150
自己資本利益率	25%	15%

総資本営業利益率	15% (佐藤商事)	15% (大和商会)
営業利益	150	150
支払利息	25	0
税引前利益	125	150
法人税	50	60
税引後利益	75	90
自己資本利益率	15%	9%

佐藤商事の税引後自己資本利益率15%は、税引前自己資本利益率25%の60%分の値、すなわち、40%だけ少ない値となっています。一方、大和商会の税引後自己資本利益率9%も、税引前自己資本利益率15%の60%分の値、すなわち、40%だけ少ない値となっています。

問題63 (A) 60, (B) 他人資本, (C) レバレッジ

35 法人税とMMの第2命題

問題64

$$\text{水戸商事株式会社の税引き後自己資本利益率} = \frac{(1-0.4) \times 9,000}{80,000} = 0.0675$$

$$\text{松本商事株式会社の税引き後自己資本利益率} = \frac{(1-0.4) \times (9,000 - 2,000)}{50,000} = 0.084$$

$$\text{松本商事株式社の税引き後自己資本利益率} = 0.084$$

$$0.084 = \frac{(1-0.4) \times (9,000 - 2,000)}{50,000} = 0.0675 + (1-0.4) \frac{0.0675 - 0.04}{50,000} \times 50,000$$

松本商事株式会社の税引き後自己資本利益率8.4%が水戸商事株式会社の税引き後自己資本利益率6.75%に税引き後財務リスク・プレミアム(1.65%×負債比率)を加えたものであることを示しています。

問題65 北海水産株式会社の税引き後自己資本利益率 =
$$= \frac{(1-0.4) \times (9,000 - 2,000)}{70,000} = 0.06$$

北海水産株式会社の税引き後自己資本利益率 0.06

$$= \frac{(1-0.4) \times 9,000}{\text{山口水産株式会社企業価値}} + (1-0.4) \left\{ \frac{(1-0.4) \times 9,000}{\text{山口水産株式会社企業価値}} - 0.04 \right\} \frac{50,000}{70,000}$$

山口水産株式会社企業価値 = 100,000円

36 節税効果と財務破綻コストのトレード・オフ

問題66 負債導入をすることによって節税効果をもたらすことができます。節税効果は60万円 (3,000万円×0.05×0.40) となります。ということは、7年間、毎年、60万円だけの節税効果があり、確実に毎年60万円のキャッシュ・フローがあると考えられます。

$$\begin{aligned} & \frac{60}{1+0.05} + \frac{60}{(1+0.05)^2} + \dots + \frac{60}{(1+0.05)^7} \\ &= 60 \frac{(1+0.05)^7 - 1}{0.05 (1+0.05)^7} = 60 \times 4.1002 = 246.012 \end{aligned}$$

この場合の節税効果の現在価値は約246万円となります。

問題67 (A) 節税, (B) 破綻, (C) 高, (D) 低, (E) 株式

37 ペッキング・オーダー理論

問題68 (A) 内部留保, (B) 負債, (C) 株式, (D) 非対称性

問題69 (A) 負債, (B) 内部留保, (C) ペッキング

38 配当政策の変更と株価

問題70 第1期資本化率 =
$$= \frac{(700 - 500) + 50}{500} = 0.5$$

第2期資本化率 =
$$= \frac{(1,000 - 700) + 50}{700} = 0.5$$

第3期資本化率 =
$$= \frac{(\text{第3期株価} - 1,000) + 50}{1,000} = 0.5 \quad \therefore \text{第3期株価} 1,450 \text{円}$$

問題71 再投資収益率10% > 資本化率5%なので、1期末の配当の再投資は株価を増大させます。外部調達を行わないという仮定で考えています。外部調達を行っても同じことがいえるはずなので、株価を動かしていたのは、投資政策（再投資収益率）の結果です。

39 配当政策の情報としての役割

問題72 2001年期首の企業価値 = 500円×100 = 50,000円
2001年期首の株主に2001年期末に支払われる配当総額 = 50円×100 = 5,000円
2002年期首の企業価値 = Z円×(100株+50株)
2001年期末の新株発行総額 = Z円×50株
2001年期首の企業価値50,000円 = $\frac{1}{1+0.20}$ [5,000円 + (Z円×150株) - (Z円×50株)]

Zを上式から求めると、550円。2002年期首の企業価値は、2001年期首の企業価値50,000円とは独立です。2001年期首の企業価値50,000円は、2001年期の配当5,000円と、2001年期末の新株発行総額に影響されますが、符号がプラスとマイナスで相殺され、2001年期首の企業価値（株価総額）は、配当に対して独立に影響を受けないとするのがミラー・モジリアーニの考え方です。

問題73 2005年期首の企業価値 = 500円×100 = 50,000円
2006年期首の企業価値 = 550円×(100株+50株) = 82,500円
2005年期首の企業価値50,000円 = $\frac{1}{1+0.20}$ [42,500円 + Y - 82,500円]

Yを上式から求めると、65,000円。この計算式には配当総額はありません。2006年期首の企業価値82,500円は2005年期首の企業価値50,000円とは独立です。2005年期の純利益42,500円と2005年期の投資総額（Y）も2005年期の配当とは独立です。したがって、企業価値（株価）は配当ではなく、投資（Y）を一定とすれば、純利益42,500円によって決定されるので、株価は配当政策とは無関係であるとするのがミラー・モジリアーニの考え方です。

問題74 (A) 見解, (B) 株価, (C) 安定, (D) 情報

40 利益の感度分析

問題75 企業Pは、販売量が60,000単位以上になると利益が生じ、反対に60,000単位以下になると損失を生じます。企業Rの利益がゼロとなる点、すなわち、損益分岐点の販売量は同じく40,000単位であり、単位当たり販売価格200円を乗ずれば、損益分岐点の売上高は800万円です。

41 市場リスクと営業レバレッジ

問題76 販売量が60,000単位から50,000単位へと減少しました。この場合、売上高は、1,200万円から1,000万円へと減少します。売上高の減少率は、 $(1,000 - 1,200) \div 1,200 = -0.1667$ 、 -16.67% です。この場合、販売量50,000単位、すなわち、売上高1,000万円における利益50万円は、次のようにして計算することができます。売上高1,200万円から16.67%だけ減少しましたが、この場合の営業レバレッジ度(DOL)は、3.00ですので、利益は $-16.67 \times 3 = -50$ (%)だけ減少するはずで、売上高1,200万円の時における利益は、100万円ですので、

$$100 + 100 \times (-0.50) = 100(1 - 0.50) = 50 \text{万円となります。}$$

営業レバレッジ度が売上高の変化に対する利益変化の感度(sensitivity)を表しているのです

42 利益の変動性と変動係数

問題77 (A) 営業リスク, (B) 標準偏差, (C) 変動係数

43 不確実性下の損益分岐分析

問題78 (A) 感度, (B) 企業, (C) 市場, (D) 主観的, (E) 変動費, (F) 貢献利益

44 利益の安全余裕度と営業レバレッジ

問題79 現在の損益分岐点の売上高 = $\frac{7.5 \text{億円}}{1 - 0.2} = 9.375 \text{億円}$

新しい損益分岐点の売上高 = $\frac{9 \text{億円}}{1 - (0.2 \times 0.5)} = 10 \text{億円}$

利益の安全余裕度 = $\frac{12 \text{億円} - 10 \text{億円}}{10 \text{億円}} = 20\%$

45 財務レバレッジの効果

問題80 Cを総資本, Sを自己資本比率, Fを支払利息, Yを営業利益, Eを自己資本利益とします。自己資本利益率は自己資本利益(E)を自己資本(総資本C×自己資本比率S)で除したものであり、総資本営業利益率は営業利益(Y)を総資本(C)で除したものです。また、自己資本利益(E)は、(営業利益Y－支払利息F)と表現できます。

財務レバレッジを自己資本利益率と総資本営業利益率との比率として表現すれば次のようになります。

$$\frac{E/CS}{Y/C} = \frac{(Y-F)}{CS} \times \frac{C}{Y} = \frac{Y-F}{SY} = \frac{1}{S} \times \frac{Y-F}{Y}$$

他人資本の利用は、約定によって支払利息という負担をもたらします。この固定費の負担は総資本営業利益率より高い自己資本利益率の増減をもたらしますが、同時に、この固定費が「てこの支点」として営業レバレッジとして働くのです。

3社の好況時（総資本営業利益率15%）のこの意味での財務レバレッジを L_D 、 L_E 、 L_F とすれば、それらは次のようになります。

$$L_D = \frac{1}{S} \times \frac{Y-F}{Y} = \frac{1}{1} \times \frac{15-0}{15} = 1.00$$

$$L_E = \frac{1}{S} \times \frac{Y-F}{Y} = \frac{1}{0.5} \times \frac{15-4}{15} = 1.47$$

$$L_F = \frac{1}{S} \times \frac{Y-F}{Y} = \frac{1}{0.25} \times \frac{15-6}{15} = 2.40$$